

Le cheminement de votre pensée doit être apparent (autrement dit : il faut justifier ses réponses ;). Le barème est donné à titre indicatif, et des points seront attribués pour la rédaction ainsi que la présentation de la copie ; En particulier, mettez vos résultats en valeur, par exemple en les soulignant d'une autre couleur ou en les encadrant. Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont potentiellement plus difficiles que les autres.

Les calculatrices et les documents de tout type sont interdits.

Exercice 1 (2 pts Question de cours).

1. Soit z un nombre complexe. Donner, sans démonstration, et en fonction de z , une expression des quantités suivantes : $z + \bar{z}$, $z - \bar{z}$, et $z\bar{z}$.
2. Rappeler les identités trigonométriques $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$, où a et b sont des réels.

Exercice 2 (2,5 pts).

1. Dans le plan complexe, placer les points A , B , C et D , d'affixes respectives $z_A = 3e^{\frac{3i\pi}{4}}$, $z_B = -2i + 1$, $z_C = -z_A$, et $z_D = \bar{z}_B$ (aucune justification n'est nécessaire).
2. Déterminer le module et un argument du nombre $-3e^{i\frac{\pi}{4}}$, puis le placer dans le plan complexe.

Exercice 3 (5 pts).

1. Déterminer les racines carrées de $-1 + i\sqrt{3}$.
2. Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (1 + i\sqrt{3})z + \frac{-1+i\sqrt{3}}{4} = 0$.

Exercice 4 (6 pts). Soient $z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = 2 + 2i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$ des nombres complexes.

1. Ecrire z_3 sous forme algébrique.
2. Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et exponentielle, puis donner alors la forme exponentielle de z_3 .
3. **Déduire** des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos(\frac{-5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{-5\pi}{12})$.
4. Quelles autres méthodes aurait-on pu utiliser pour déterminer $\cos(\frac{-5\pi}{12})$? (On **ne** demande **pas** de détailler ces méthodes, mais simplement d'en expliquer la démarche)
5. Déterminer la forme algébrique de z_3^{1200} .

Exercice 5 (3 pts).

1. Rappeler les formules d'Euler.
2. Linéariser $\sin^4(x)$.

Exercice 6 (* 3 pts). Soient $n \in \mathbb{N}$ et $z \in \mathbb{C}$ tels que $z^n = (z + 1)^n = 1$.

1. Déterminer les valeurs possibles de z . En déduire que $z^3 = 1$.
2. Montrer alors que n est un multiple de 6.

Exercice 7 (Bonus 1 point max). Quel est ton rapport aux mathématiques ? Et aux sciences en général ?

Cette question peut être traitée à la maison si le temps manque en épreuve. Dans ce cas-là, rendre la réponse (manuscrite) à la séance suivante.